

Mühendislik Projesi Engineering Project

Hazırlayan: M. Ali Akcayol
Gazi Üniversitesi
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

Bu dersin sunumları, "Ralph M. Ford, Chris S. Coulston, Design for Electrical and Computer Engineers, McGraw Hill, 2008." kitabı kullanılarak hazırlanmıştır.

İçerik

- ▶ **Olasılık teorisi**
 - ▶ Normal dağılım
 - ▶ Düzgün dağılım
 - ▶ Üstel dağılım
- ▶ Güvenilirlik tahmini
- ▶ Sistem güvenilirliği
 - ▶ Seri sistemler
 - ▶ Paralel sistemler
 - ▶ Hibrit sistemler

Olasılık teorisi

- ▶ Olasılık teorisi, **olayların değişimiyle ilgili biçimsel bir çerçeve sağlar.**
- ▶ **Sistemlerin** modellenmesi ve **güvenilirliğinin tahmin edilmesi için kullanılır.**
- ▶ **Bir deney,** gerçek dünyada **bir durumu ölçme sürecidir.**
- ▶ Bir deneyin çıktısı bir olaydır (e_i) ve E ise olası **tüm olayların kümesidir.**
- ▶ Zar için $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, bir deney atılınca gelen yüzüdür.

$$E = \cup e_i$$

- ▶ Bir olay için **olasılık, muhtemel ortaya çıkma durumudur.**
- ▶ **Olasılık $P()$,** deney sonsuza kadar tekrarlandığında **bir olayın olma olasılığını tanımlar.**

$$P(e_i) \geq 0$$

$$P(E) = 1$$

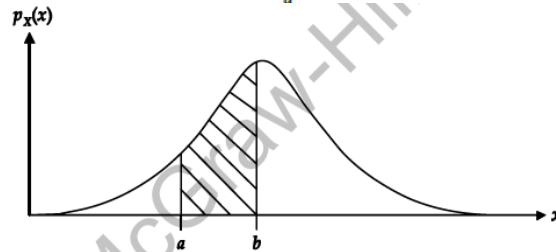
3

Olasılık teorisi

Olasılık yoğunluk fonksiyonları

- ▶ **Olay uzayının sürekli olduğu durumlarda** olasılık hesabı için kullanılır ($p_X(x)$).
- ▶ X rastgele değişkenin belirli bir aralığı için olasılık hesaplanır.

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b p_X(x) dx$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) dx = 1$$

$$P(X = a) = \int_a^a p_X(x) dx = 0$$

4

İçerik

- ▶ Olasılık teorisi
 - ▶ Normal dağılım
 - ▶ Düzgün dağılım
 - ▶ Üstel dağılım
- ▶ Güvenilirlik tahmini
- ▶ Sistem güvenilirliği
 - ▶ Seri sistemler
 - ▶ Paralel sistemler
 - ▶ Hibrit sistemler

5

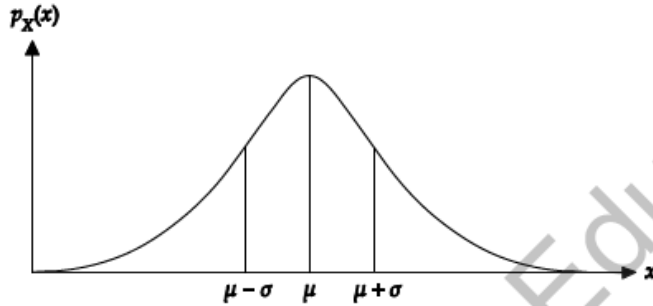
Olasılık teorisi

Normal dağılım

- ▶ En yaygın kullanılan dağılımdır.
- ▶ Ortalama ve standart sapmaya bağlıdır.

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- ▶ Burada, μ ortalamayı, σ standart sapmayı gösterir.



6

İçerik

- ▶ Olasılık teorisi
 - ▶ Normal dağılım
 - ▶ **Düzensün dağılım**
 - ▶ Üstel dağılım
- ▶ Güvenilirlik tahmini
- ▶ Sistem güvenilirliği
 - ▶ Seri sistemler
 - ▶ Paralel sistemler
 - ▶ Hibrit sistemler

7

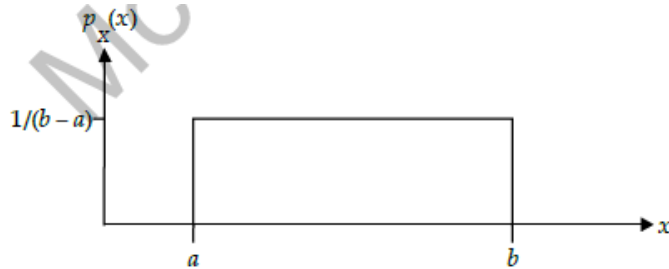
Olasılık teorisi

Düzensün dağılım

- ▶ Tüm olaylar eşit olasılığa sahiptir.

$$p_X(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a \leq x \leq b,$$

- ▶ Burada, μ ortalamayı, σ standart sapmayı gösterir.



8

İçerik

- ▶ Olasılık teorisi
 - ▶ Normal dağılım
 - ▶ Düzgün dağılım
 - ▶ Üstel dağılım
- ▶ Güvenilirlik tahmini
- ▶ Sistem güvenilirliği
 - ▶ Seri sistemler
 - ▶ Paralel sistemler
 - ▶ Hibrit sistemler

9

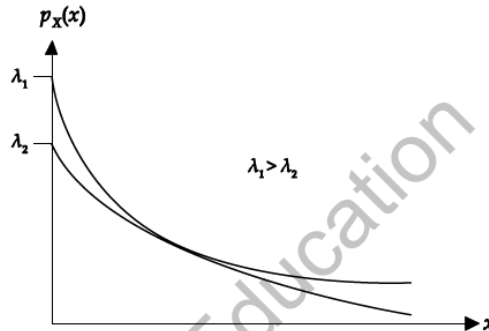
Olasılık teorisi

Üstel dağılım

- ▶ Zaman bağımlı fonksiyonları modellemek için kullanılır (Ağa paketlerin gelme aralığı).
- ▶ Üstel dağılım sistemlerin hata yapma davranışını tanımlamak için kullanılır.

$$p_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0, \lambda \geq 0$$

- ▶ Burada, λ eğrinin değişimini gösterir.



10

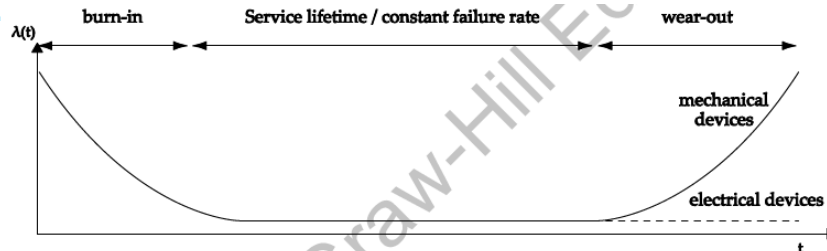
İçerik

- ▶ Olasılık teorisi
 - ▶ Normal dağılım
 - ▶ Düzgün dağılım
 - ▶ Üstel dağılım
- ▶ **Güvenilirlik tahmini**
- ▶ Sistem güvenilirliği
 - ▶ Seri sistemler
 - ▶ Paralel sistemler
 - ▶ Hibrit sistemler

11

Güvenilirlik tahmini

- ▶ **Güvenilirlik (reliability)**, $R(t)$, bir sistemin t zamanında beklenen şekilde (hata vermeden) çalışma olasılığıdır.
- ▶ **Hata oranı (failure rate)**, $\lambda(t)$, cihazın belirli bir zaman aralığında beklenen hata sayısıdır.
- ▶ En yüksek hata oranı üretim hatasından kaynaklanır (**infant mortality**).
- ▶ Pazara sunulmadan önce hatalar düzeltilir (**burn-in**).
- ▶ Sonra sabit bir hata oranına ($\lambda(t) = \lambda$) sahip olur (**service life**).
- ▶ Yıpranma süresinde mekanik cihazlarda hata oranı artar (**wear-out**).



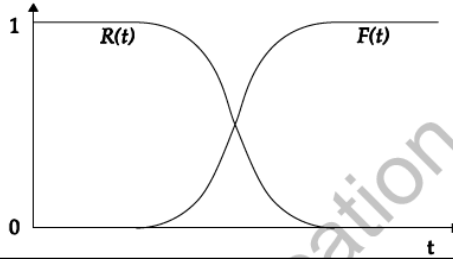
Güvenilirlik tahmini

- ▶ Bir cihaz için belirli zaman aralığında **hata olasılığı** $f_T(t)$ **tahmin edilebilir.**
- ▶ Belirli bir zamana kadar (t) hata olma olasılığı aşağıdaki fonksiyonla (**hata fonksiyonu**) gibi tanımlanabilir.

$$F(t) = \int_0^t f_T(\tau) d\tau$$

- ▶ Güvenilirlikle hata fonksiyonu doğrudan ilişkilidir.

$$R(t) = 1 - F(t)$$



13

Güvenilirlik tahmini

- ▶ **Bir zaman aralığı için güvenilirlik** aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau\right)$$

- ▶ Cihazın serviste olduğu zaman aralığı için (service life) hata yapma sıklığı sabittir.
- ▶ Cihazın **kullanım süresince güvenilirlik değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.**

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

14

Güvenilirlik tahmini

Örnek:

- Bir sistemin hata yapma oranı sabittir ve $\lambda(t) = 1/10^6$ saattir. Bu sistemin 5 yıl süresince çalışma olasılığı nedir?

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$\begin{aligned} R(5 \text{ yıl}) &= \exp\left(-\frac{1}{10^6 \text{ saat}} \times \frac{24 \text{ saat}}{\text{gün}} \times \frac{365 \text{ gün}}{\text{yıl}} \times 5 \text{ yıl}\right) \\ &= \exp(-0,0438) \\ &= 0,957 \\ &= \%95,7 \end{aligned}$$

15

Güvenilirlik tahmini

Mean time to failure

- **Mean time to failure (MTTF)**, bir cihazın ortalama hata sayısıdır.
- **Ortalama hata zamanı**, birim zamanda hata yapma sıklığı ile ilişkilidir.

$$MTTF = \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

Örnek:

- Hata yapma oranı $\lambda(t) = 1/10^6$ saat olan sistem için MTTF ve reliability nedir?

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1/10^6 \text{ saat}} = 10^6 \text{ saat} = 114 \text{ yıl}$$

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$R(114 \text{ yıl}) = \exp\left(-\frac{10^6 \text{ saat}}{10^6 \text{ saat}}\right) = \exp(-1) = 0,368 = \%36,8$$

16

İçerik

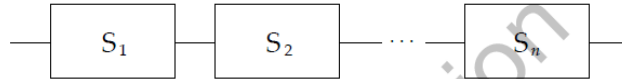
- ▶ Olasılık teorisi
 - ▶ Normal dağılım
 - ▶ Düzgün dağılım
 - ▶ Üstel dağılım
- ▶ Güvenilirlik tahmini
- ▶ Sistem güvenilirliği
 - ▶ **Seri sistemler**
 - ▶ Paralel sistemler
 - ▶ Hibrit sistemler

17

Sistem güvenilirliği

Seri sistemler

- ▶ Seri sistemlerde, **bir bileşenin hatası tüm sistemin hata vermesine neden olur.**
- ▶ Şekildeki sistemde çok sayıda alt sistem veya bileşen vardır.



- ▶ Seri sistemlerde bileşenlerin hata vermesi bağımsız olaylar olarak kabul edilir.
- ▶ Tüm alt bileşenler eş zamanlı çalışırsa sistem çalışır durumdadır.
- ▶ **Seri sistemin güvenilirliği tüm bileşenlerin güvenilirliğinin çarpımı ile bulunur.**

$$R_s(t) = R_1(t)R_2(t) \cdots R_n(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$$

- ▶ Seri sistem sayısı arttıkça sistemin güvenilirliği düşer.

18

Sistem güvenilirliği

Seri sistemler

- Seri sistemdeki tüm bileşenlerin hata oranı sabit ise tüm sistemin **reliability değeri** aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$R_s(t) = e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_n t} = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \lambda_i t\right)$$

- Sabit hata oranına sahip seri sistemlerin hata oranı ve MTTF değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad \text{MTTF}_s = \frac{1}{\lambda_s}$$

19

Sistem güvenilirliği

Seri sistemler - örnek

- Bir seri sistemde A, B ve C alt bileşenleri için hata oranları aşağıdaki gibidir. Sistemin toplam hata oranını, 20 yıl için güvenilirliğini ve MTTF değerini hesaplayalım.

$$\lambda_s = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C = 0,215/10^6 \text{ saat}$$

$$\lambda_A = 0,001/10^6 \text{ saat}$$

$$\lambda_B = 0,153/10^6 \text{ saat}$$

$$\lambda_C = 0,061/10^6 \text{ saat}$$

$$\begin{aligned} R_s(t) &= \exp(-\lambda_s t) \\ &= \exp\left(-\frac{0,215}{10^6 \text{ saat}} \times \frac{24 \text{ saat}}{\text{gün}} \times \frac{365 \text{ gün}}{\text{yıl}} \times 20 \text{ yıl}\right) \\ &= 0,963 = \%96,3 \end{aligned}$$

$$\text{MTTF} = 1 / \lambda_s = 531 \text{ yıl}$$

20

İçerik

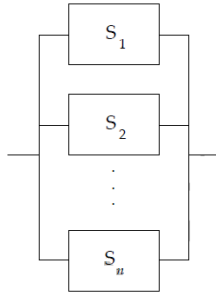
- ▶ Olasılık teorisi
 - ▶ Normal dağılım
 - ▶ Düzgün dağılım
 - ▶ Üstel dağılım
- ▶ Güvenilirlik tahmini
- ▶ Sistem güvenilirliği
 - ▶ Seri sistemler
 - ▶ **Paralel sistemler**
 - ▶ Hibrit sistemler

21

Sistem güvenilirliği

Paralel sistemler

- ▶ **Fazlalık (redundancy)** ile **sistem güvenilirliği artırılabilir.**
- ▶ Aynı işlevi yerine getiren birden fazla bileşen kullanılır (paralel sistem).



- ▶ Paralel sistemin t zamanına kadar hata verme olasılığı ve güvenilirliği aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$F_s(t) = F_1(t)F_2(t) \dots F_n(t) = \prod_{i=1}^n F_i(t) = \prod_{i=1}^n [1 - R_i(t)]$$

$$R_s(t) = 1 - F_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - R_i(t)]$$

22

Sistem güvenilirliği

Paralel sistemler - örnek

- ▶ Bilgisayarda kullanılan RAID disklerin her birinin hata oranı $\lambda=10$ hata / 10^6 saattir. 10 yıl içinde %98 reliability sağlamak için kaç tane disk kullanılmalıdır?

$$R_s(t) = 1 - [1 - R_i(t)]^n$$

$$0,98 \leq 1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{10}{10^6 \text{ saat}} \times \frac{24 \text{ saat}}{\text{gün}} \times \frac{365 \text{ gün}}{\text{yıl}} \times 10 \text{ yıl} \right) \right]^n$$

$$0,98 \leq 1 - [1 - 0,42]^n$$

$$0,02 \leq (0,58)^n$$

$$\log(0,02) \leq n \log(0,58)$$

$$n \geq 7,2$$

- ▶ Toplam 8 tane disk kullanılmalıdır. Her diskin güvenilirliği %42.

23

İçerik

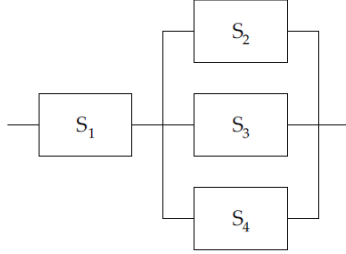
- ▶ Olasılık teorisi
 - ▶ Normal dağılım
 - ▶ Düzgün dağılım
 - ▶ Üstel dağılım
- ▶ Güvenilirlik tahmini
- ▶ Sistem güvenilirliği
 - ▶ Seri sistemler
 - ▶ Paralel sistemler
 - ▶ Hibrit sistemler

24

Sistem güvenilirliği

Hibrit sistemler

- ▶ Çoğu sistem hem seri hem de paralel bileşene sahip olabilir.
- ▶ **Önce paralel sistemlerin, ardından seri hale gelen bileşenlerin güvenilirliği hesaplanır.**



$$R_{s_{2,4}}(t) = 1 - (1 - R_2(t))(1 - R_3(t))(1 - R_4(t))$$

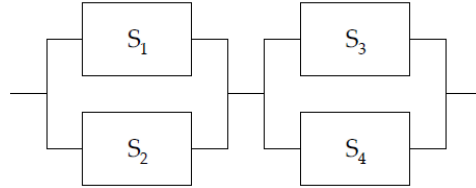
$$R_s(t) = R_1(t)[1 - (1 - R_2(t))(1 - R_3(t))(1 - R_4(t))]$$

25

Sistem güvenilirliği

Hibrit sistemler - örnek

- ▶ Aşağıdaki sistemde $R_1 = R_2 = \%80$ 'dir. Tüm sistemin reliability değerinin $\%95$ 'ten büyük olması için R_3 ve R_4 alt bileşenlerinin reliability değeri ne olmalıdır?



$$R_{s_{1,2}} = 1 - (1 - R_1)(1 - R_2)$$

$$R_{s_{3,4}} = 1 - (1 - R_3)(1 - R_4)$$

$$R_s = [1 - (1 - R_1)(1 - R_2)] \times [1 - (1 - R_3)(1 - R_4)]$$

$$0.95 = [1 - 0.2^2] \times [1 - (1 - R_{3,4})^2]$$

$$R_3 = R_4 = 0.90$$

26

Ödev

- ▶ Firmanız tarafından ağ sunucuları için 500GB kapasiteli 10 yıl için güvenilirliği en az %95 olan bir RAID disk tasarımı ve geliştirilmesi yapılacaktır.
- ▶ RAID disk için kullanılacak her diskin kapasitesi 20GB olacak ve 25 bank içerisine yerleştirilecektir (20GB x 25 = 500GB).
- ▶ Her disk için redundancy 4 olacaktır.
- ▶ Sistemin reliability gereksiniminin karşılanabilmesi için her 20GB diskin 10 yıl için reliability değeri ne olmalıdır?
- ▶ Sistemin blok diyagramını çizerek reliability değerini açıklayınız.